

## Ряд Тейлора. Интеграл

Семинар и задание 2.1 (14 января 2015)

**Задача 1** (Тейлоровское исчисление). Разложить в ряд Тейлора

- (а) функцию  $\frac{x}{1+x^2}$  в точке 0;  
(б) функцию  $\frac{x}{1+x^2}$  в точке 1;

**Задача 2** (Табличные интегралы). Обосновать таблицу интегралов:

$$\begin{array}{ll} \int x^a dx = \frac{x^{a+1}}{a+1} + c, & a \neq -1 \\ \int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + c, & a \in \mathbb{R}_+ \\ \int \sin x dx = -\cos x + c & \\ \int \frac{1}{1-x^2} dx = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{1+x}{1-x} \right| + c & \\ \int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = \arcsin x + c & \end{array} \quad \begin{array}{l} \int \frac{dx}{x} = \ln|x| + c \\ \int e^{\alpha x} dx = \frac{1}{\alpha} e^{\alpha x} + c, \quad \alpha \in \mathbb{C} \\ \int \cos x dx = \sin x + c \\ \int \frac{1}{1+x^2} dx = \operatorname{arctg} x + c \\ \int \frac{1}{\sqrt{1+x^2}} dx = \ln(x + \sqrt{1+x^2}) + c \end{array}$$

### Графическое интегрирование

**Задача 3.** Всегда ли первообразная от периодической функции периодична? Если нет — каково необходимое и достаточное условие?

**Задача 4.** При каких значениях параметра  $a$  интеграл  $\int (\exp(a \sin x) - 1) dx$  — периодическая функция?

**Задача 5.** При каких значениях параметра  $a$  интеграл  $\int \ln(a \sin x + 1) dx$  — периодическая функция?

### Интегрируемость

**Задача 6.** Интегрируема ли по Риману функция Дирихле?

**Задача 7** (\*). Интегрируема ли по Риману функция Римана?